Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное агентство по образованию

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Вятский государственный университет»

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра электронных вычислительных машин

Отчет по лабораторной работе №1 дисциплины

«Параллельное программирование»

Выполнил студент группы ИВТ-31 /Крючков И. С/ Проверил /Долженкова М. Л./

Киров 2023

1. Задание

Перемножение матриц с помощью алгоритма Штрассена.

1. Изучить алгоритм, полученный в соответствии с выданным преподавателем вариантом
2. Провести доказательную оценку алгоритма по временной сложности и затратам памяти
3. Реализовать алгоритм с помощью языка С++
4. Построить набор тестовых примеров (не менее 10) и провести оценку эффективности реализованного алгоритма.
5. Изучение предметной области

Необходимо вычислить произведение матриц

Алгоритм Штрассена работает с квадратными матрицами размера . Если матрицы не соответствуют данному условию, их можно расширить заполнив недостающие строки и столбцы нулями.

Алгоритм предполагает разбиение каждой из исходных матриц на 4 подматрицы.

Матрицы и имеют размер .

Для вычисления матрицы C Штрассен предложил алгоритм с семью умножениями:

Получение матрицы C:

1. Асимптотические оценки временных и ресурсных затрат

Каждое умножение можно совершать рекурсивно по той же процедуре, а сложение – тривиально, складывая элементов. Тогда время работы алгоритма оценивается через рекуррентное соотношение: .

Начальные матрицы могут иметь свои размеры, расширенные до следующей степени двойки. Каждая из 7 вспомогательных матриц содержит четверть элементов расширенной. Пространственная сложность алгоритма: .

1. Программная реализация

Листинг программной реализации приведен в приложении А.

1. Тестирование

При тестировании выполнялось умножение квадратных матриц, сгенерированных случайным образом.

Тестирование выполнялось на ОС Windows 10 x64, с процессором Intel Xeon E5-1620v3 с частотой 3.5 ГГц (4 физических, 8 логических ядер), 16 Гб ОЗУ.

Результаты тестирования приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты тестирования.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Размер матриц | Наивный алгоритм, с | Алгоритм Штрассена, с |
| 1 | 256 | 0.013 | 0.01 |
| 2 | 512 | 0.149 | 0.072 |
| 3 | 1024 | 3.51 | 0.512 |
| 4 | 2048 | 68.583 | 3.555 |
| 5 | 4096 | 726.466 | 24.806 |

1. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы был реализован алгоритм перемножения матриц методом Штрассена. Во время тестирования измерялось время работы наивного алгоритма умножения матриц и алгоритма Штрассена. По результатам тестирования алгоритм Штрассена значительно превосходит по времени традиционную реализацию на матрицах размером от 2048.

Приложение А.

Листинг программной реализации

#include <iostream>

#include <fstream>

#include <vector>

#include <chrono>

#include <cstring>

typedef std::vector<std::vector<int>> matrix;

int\*\* newMatrix(int64\_t n) {

int\*\* arr = new int\* [n];

for (int64\_t i = 0; i < n; ++i) {

arr[i] = new int[n];

}

return arr;

}

void deleteMatrix(int\*\* m, int64\_t n) {

for (int64\_t i = 0; i < n; ++i) {

delete[] m[i];

}

delete[] m;

}

int\*\* read\_matrix(std::ifstream &in, int64\_t n, int64\_t real\_n) {

int\*\* m = newMatrix(n);

for (int64\_t i = 0; i < real\_n; ++i) {

memset(m[i], 0, n \* sizeof \*m[i]);

for (int64\_t j = 0; j < real\_n; ++j) {

in >> m[i][j];

}

}

return m;

}

int\*\* matrix\_multiply(int\*\* a, int\*\* b, int n) {

int\*\* result = newMatrix(n);

int i, j, k;

for (i = 0; i < n; i++) {

for (j = 0; j < n; j++) {

result[i][j] = 0;

for (k = 0; k < n; k++)

result[i][j] += a[i][k] \* b[k][j];

}

}

return result;

}

int\*\* addMatrix(int\*\* a, int\*\* b, int64\_t n) {

int\*\* result = newMatrix(n);

for (int64\_t i = 0; i < n; ++i) {

for (int64\_t j = 0; j < n; ++j) {

result[i][j] = a[i][j] + b[i][j];

}

}

return result;

}

int\*\* subMatrix(int\*\* a, int\*\* b, int64\_t n) {

int\*\* result = newMatrix(n);

for (int64\_t i = 0; i < n; ++i) {

for (int64\_t j = 0; j < n; ++j) {

result[i][j] = a[i][j] - b[i][j];

}

}

return result;

}

int\*\* getSlice(int\*\* m, int oi, int oj, int64\_t n) {

int\*\* matrix = newMatrix(n);

for (int64\_t i = 0; i < n; ++i) {

for (int64\_t j = 0; j < n; ++j) {

matrix[i][j] = m[i+oi][j+oj];

}

}

return matrix;

}

int\*\* combMatrix(int\*\* c11, int\*\* c12, int\*\* c21, int\*\* c22, int64\_t n) {

int64\_t m = n\*2;

int\*\* result = newMatrix(m);

for (int64\_t i = 0; i < m; ++i) {

for (int64\_t j = 0; j < m; ++j) {

if (i < n && j < n) {

result[i][j] = c11[i][j];

} else if (i < n) {

result[i][j] = c12[i][j-n];

} else if (j < n) {

result[i][j] = c21[i-n][j];

} else {

result[i][j] = c22[i-n][j-n];

}

}

}

return result;

}

int64\_t new\_size(int64\_t n) {

int64\_t r = 1;

while((n >>= 1) != 0) {

r++;

}

return 1 << r;

}

bool isPowerOfTwo(int64\_t v) {

return v && !(v & (v - 1));

}

int\*\* strassen(int\*\*a, int\*\*b, int64\_t n) {

if (n <= 64) {

return matrix\_multiply(a, b, n);

} else {

n = n >> 1;

int\*\* a11 = getSlice(a, 0, 0, n);

int\*\* a12 = getSlice(a, 0, n, n);

int\*\* a21 = getSlice(a, n, 0, n);

int\*\* a22 = getSlice(a, n, n, n);

int\*\* b11 = getSlice(b, 0, 0, n);

int\*\* b12 = getSlice(b, 0, n, n);

int\*\* b21 = getSlice(b, n, 0, n);

int\*\* b22 = getSlice(b, n, n, n);

int\*\* t1;

int\*\* t2;

// A11 + A22

t1 = addMatrix(a11, a22, n);

// B11 + B22

t2 = addMatrix(b11, b22, n);

// P1 = t1 \* t2

int\*\* p1 = strassen(t1, t2, n);

deleteMatrix(t1, n);

deleteMatrix(t2, n);

// A21 + A22

t1 = addMatrix(a21, a22, n);

// P2 = t1 \* B11

int\*\* p2 = strassen(t1, b11, n);

deleteMatrix(t1, n);

// B12 - B22

t1 = subMatrix(b12, b22, n);

// P3 = A11 \* t1

int\*\* p3 = strassen(a11, t1, n);

deleteMatrix(t1, n);

// B21 - B11

t1 = subMatrix(b21, b11, n);

// P4 = A22 \* t1

int\*\* p4 = strassen(a22, t1, n);

deleteMatrix(t1, n);

// A11 + A12

t1 = addMatrix(a11, a12, n);

// P5 = t1 \* B22

int\*\* p5 = strassen(t1, b22, n);

deleteMatrix(t1, n);

// A21 - A11

t1 = subMatrix(a21, a11, n);

deleteMatrix(a11, n);

deleteMatrix(a21, n);

// B11 + B12

t2 = addMatrix(b11, b12, n);

deleteMatrix(b11, n);

deleteMatrix(b12, n);

// P6 = t1 \* t2

int\*\* p6 = strassen(t1, t2, n);

deleteMatrix(t1, n);

deleteMatrix(t2, n);

// A12 - A22

t1 = subMatrix(a12, a22, n);

deleteMatrix(a12, n);

deleteMatrix(a22, n);

// B21 + B22

t2 = addMatrix(b21, b22, n);

deleteMatrix(b21, n);

deleteMatrix(b22, n);

// P7 = t1 \* t2

int\*\* p7 = strassen(t1, t2, n);

deleteMatrix(t1, n);

deleteMatrix(t2, n);

t1 = addMatrix(p1, p4, n);

t2 = subMatrix(p7, p5, n);

deleteMatrix(p7, n);

int\*\* c11 = addMatrix(t1, t2, n);

deleteMatrix(t1, n);

deleteMatrix(t2, n);

int\*\* c12 = addMatrix(p3, p5, n);

deleteMatrix(p5, n);

int\*\* c21 = addMatrix(p2, p4, n);

deleteMatrix(p4, n);

t1 = addMatrix(p1, p3, n);

deleteMatrix(p1, n);

deleteMatrix(p3, n);

t2 = subMatrix(p6, p2, n);

deleteMatrix(p2, n);

deleteMatrix(p6, n);

int\*\* c22 = addMatrix(t1, t2, n);

deleteMatrix(t1, n);

deleteMatrix(t2, n);

int\*\* res = combMatrix(c11, c12, c21, c22, n);

deleteMatrix(c11, n);

deleteMatrix(c12, n);

deleteMatrix(c21, n);

deleteMatrix(c22, n);

return res;

}

}

int main() {

int64\_t n, real\_n;

std::ifstream in("matrix.txt");

if (!in.is\_open()) {

std::cout << "matrix.txt open error";

return 1;

}

in >> real\_n;

n = real\_n;

if (!isPowerOfTwo(real\_n) || real\_n == 1) {

n = new\_size(real\_n);

}

int\*\* a = read\_matrix(in, n, real\_n);

int\*\* b = read\_matrix(in, n, real\_n);

in.close();

auto begin = std::chrono::steady\_clock::now();

int\*\* result = strassen(a, b, n);

auto end = std::chrono::steady\_clock::now();

auto elapsed\_ms = std::chrono::duration\_cast<std::chrono::milliseconds>(end - begin).count();

std::ofstream out("result.txt");

if (!out.is\_open()) {

std::cout << "Result file open error";

return 1;

}

for (int64\_t i = 0; i < real\_n; ++i) {

for (int64\_t j = 0; j < real\_n; ++j) {

out << result[i][j] << " ";

}

out << std::endl;

}

deleteMatrix(a, n);

deleteMatrix(b, n);

deleteMatrix(result, n);

out.close();

std::cout << "Ok" << std::endl;

std::cout << "Time (s): " << (double) elapsed\_ms/1000;

return 0;

}